



Maths pour tous

9–10 класс

Международный математический конкурс-игра «КЕНГУРУ»

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

В каждой задаче среди ответов (А)–(Д) ровно один верный.

Выбранные ответы и свои данные внесите в специальную форму по ссылке input.mathkang.ru.

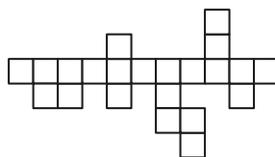
Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. В некотором году день конкурса «Кенгуру» пришелся на 21.03. Какой из дней А–Д этого года был самым далеким от дня конкурса?

(А) 12.03 (Б) 30.12 (В) 13.02 (Г) 23.01 (Д) 03.12

2. Маша хочет разрезать клетчатую фигурку, изображенную на рисунке, на части так, чтобы среди этих частей было как можно больше уголков из трех клеток. Сколько уголков у нее получится?

(А) 3 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 7



3. Какое из чисел А–Г делится на 3?

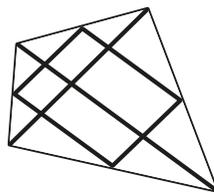
(А) $2^{20} \cdot 2^{19}$ (Б) $2^{20} : 2^{19}$ (В) $2^{20} + 2^{19}$ (Г) $2^{20} - 2^{19}$ (Д) ни одно не делится

4. Какой метод доказательства существует в математике?

(А) от неверного (Б) от невероятного (В) от очевидного
(Г) от противного (Д) от приятного

5. Для изготовления воздушного змея Мартин использовал длинную рейку. Он разрезал ее на 6 частей. Две части, длиной 120 см и 80 см, он использовал как диагонали четырехугольника, остальные четыре части соединили середины соседних сторон (см. рисунок). Какова была длина рейки?

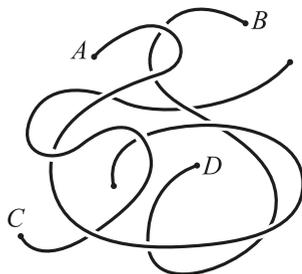
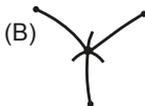
(А) 300 см (Б) 370 см (В) 400 см (Г) 410 см (Д) 450 см



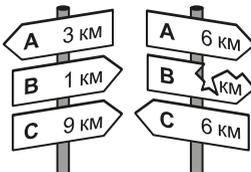
6. Кем приходится Ане мама единственной дочери мамы Аниной мамы?

(А) сестрой (Б) тетей (В) племянницей (Г) мамой (Д) бабушкой

7. Маша распутала веревочки, изображенные справа, и связала конец А с концом С, а В — с D. Что получилось?

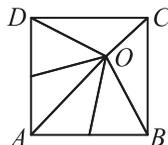
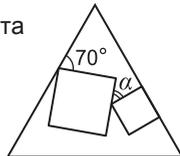


8. В какую степень нужно возвести квадрат кубического корня из числа 2020, чтобы получить 2020?
 (А) $\frac{3}{2}$ (Б) $\frac{2}{3}$ (В) 6 (Г) $\frac{1}{6}$ (Д) 1
9. Жан Кристоф продолжает изучать русский язык. Он выписал по убыванию все числа, словесная запись которых состоит ровно из трех слов: **два, тысяча, двадцать** (форму каждого слова можно было менять). Какое место в этом списке занимает число 2020?
 (А) первое (Б) второе (В) третье (Г) четвертое (Д) пятое
10. Дорога из города **А** в город **С** проходит через город **В**. На этой дороге с разных сторон от нее стоят два столба с указателями (см. рисунок). Что написано на сломанном указателе?
 (А) 1 км (Б) 2 км (В) 3 км (Г) 4 км (Д) 5 км



Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Периметр треугольника с целочисленными сторонами равен 10. Чему равна длина самой большой стороны?
 (А) 3 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 8
12. Внутри правильного треугольника расположены два квадрата (см. рисунок справа). Чему равен угол α ?
 (А) 25° (Б) 30° (В) 35°
 (Г) 45° (Д) 50°
13. Если $x^5 = 2020^{2020}$ и $y = 2020^{2017}$, то xy^2 равно
 (А) 2020^{4438} (Б) 2020^{2037} (В) 2020^{2020} (Г) 2020^{4040} (Д) 2020^{4037}
14. Бассейн имеет форму правильного шестиугольника со стороной 10 м. В каждой вершине сидит кошка, а на одной из сторон стоит дрессировщик. По его команде каждая кошка бежит к нему вдоль контура бассейна по кратчайшему пути. Какое суммарное расстояние пробегут все кошки?
 (А) 60 м (Б) 90 м (В) 120 м (Г) 180 м (Д) невозможно определить
15. Число 2020 обладает интересным свойством: если вставить знак умножения между второй и третьей цифрами этого числа, то получившееся произведение 20×20 будет квадратом натурального числа. Сколько чисел между 2010 и 2099 (включая 2020) обладают таким же свойством?
 (А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5
16. Квадрат $ABCD$ площади 81 состоит из шести треугольников одинаковой площади (см. рисунок). Чему равно расстояние от точки O до стороны AB ?
 (А) 3 (Б) 5 (В) 5,5 (Г) 6 (Д) 7,5



17. В каждую клетку квадрата 4×4 нужно вписать число так, чтобы сумма чисел в каждой строке и каждом столбце была одна и та же. Некоторые числа уже вписаны (см. рисунок). Какое число нужно вписать в закрашенный квадрат?

1		6	3
	2	2	8
	7		4
		7	

(А) 5 (Б) 6 (В) 7 (Г) 8 (Д) 9

18. Про некоторое натуральное число известно, что его треть делится на 4. Какое из утверждений про это число может быть неверным?

(А) Его четверть делится на 3. (Б) Его половина делится на 2.

(В) Его половина делится на 3. (Г) Его треть делится на 2.

(Д) Его четверть делится на 2.

19. Сколько пятизначных чисел таковы, что любые две соседние цифры в них различны?

(А) 9^5 (Б) $9^2 \cdot 8^3$ (В) $9 \cdot 8^4$ (Г) $10 \cdot 9^4$ (Д) 8^5

20. Лука собирается проехать на машине 520 км. Емкость бензобака его машины равна 40 литрам, а расход топлива составляет 1 л бензина на 10 км пути. Когда он выехал, в бензобаке было 14 литров бензина. Проехав 55 км, он увидел информационный щит, на котором написаны расстояния до пяти автозаправок: 35 км, 45 км, 55 км, 75 км и 95 км. Лука хочет остановиться для заправки только один раз. На каком расстоянии от щита ему нужно заправиться?

(А) 35 км (Б) 45 км (В) 55 км (Г) 75 км (Д) 95 км

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. На столе лежат несколько квадратов и треугольников. Некоторые из них — синие, остальные — красные. Некоторые из фигур — большие, остальные — маленькие. Известно, что:

1) если фигура большая, то она — квадрат;

2) если фигура синяя, то она — треугольник.

Какое из утверждений А–Д обязательно верно?

(А) Все красные фигуры — квадраты. (Б) Все квадраты большие.

(В) Все маленькие фигуры синие. (Г) Все треугольники синие.

(Д) Все синие фигуры маленькие.

22. Какое наименьшее значение может принимать выражение $a + \frac{b-c}{d}$ для парно различных чисел a, b, c, d из набора 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

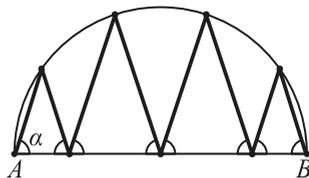
(А) $\frac{1}{9}$ (Б) $\frac{1}{3}$ (В) $\frac{1}{2}$ (Г) 1 (Д) $\frac{5}{3}$

23. Заяц и черепаха соревнуются в беге на 5 км по прямой дороге. Заяц бежит в 5 раз быстрее черепахи. По ошибке заяц со старта побежал в направлении, перпендикулярном дороге. Через некоторое время он понял, что ошибся, и сразу побежал по прямой к финишу. В итоге на финише заяц и черепаха оказались одновременно. Какое расстояние пробежал заяц после того, как понял свою ошибку?

(А) 11 км (Б) 12 км (В) 13 км (Г) 14 км (Д) 15 км

24. Восьмизвенная ломаная вписана в полуокружность с диаметром AB . Каждый из углов между звеньями ломаной и диаметром AB равен α . Чему равен угол α ?

(А) 60° (Б) 72° (В) 75°
 (Г) 80° (Д) 85°



25. Переписывая последовательность из 6 целых чисел, образующих арифметическую прогрессию, Альберт написал числа 11, 25, 32, 37, 46. Оказалось, что одно из чисел он написал неверно и одно число пропустил. Какого из чисел А–Д не было в исходной последовательности?

(А) 11 (Б) 25 (В) 32 (Г) 37 (Д) 46

26. Восемь последовательных трехзначных чисел таковы, что каждое из них делится на свою последнюю цифру. Чему равна сумма цифр меньшего из этих восьми чисел?

(А) 10 (Б) 11 (В) 12 (Г) 13 (Д) 14

27. Сколько существует правильных пирамид, все ребра которых равны 1?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) больше 4

28. На конкурсе «Кенгуру» девятиклассница Маша решила все трехбалльные задачи, четыре пятибалльные и не менее четырех четырехбалльных задач. Ее одноклассница Даша решила на две задачи больше и получила на пять баллов больше, чем Маша. Сколько пятибалльных задач решила Даша?

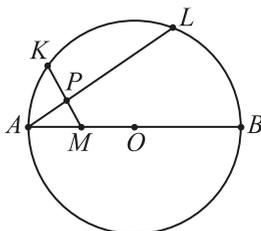
(А) 0 (Б) 1 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

29. Имеется 10 шариков: 8 тяжелых и 2 легких, 7 белых и 3 черных. При каком наименьшем N среди случайно выбранных N шариков обязательно есть тяжелый белый шарик?

(А) 3 (Б) 4 (В) 5 (Г) 6 (Д) 7

30. На диаметре AB окружности с центром O отмечена точка M — середина отрезка OA . На окружности отметили точку K . Хорда AL перпендикулярна отрезку MK и пересекает его в точке P . Оказалось, что $KP=7,5$ и $MP=1,5$. Найдите радиус окружности.

(А) 10 (Б) 11 (В) 12
 (Г) 13 (Д) 14



Правила международной ассоциации **Kangourou sans Frontières** запрещают публикацию задач в течение месяца со дня проведения конкурса.